شبیه‌سازی عددی رفتار جریان گرما-شاره حول استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر*

مقاله علمی – پژوهشی

سید اسماعیل رضوی[1]	توحید ادیبی[2]	احسان عباسی تبریزی[3]

چکیده در این مطالعه، تأثیر یک استوانه یا مفتول کمکی در بالادست جریان سیّال حول استوانه به قطر D در یک کانال دوبعدی به ابعاد ۲۰D × ۵۰D و در عدد رینولدز ۱۰۰ بر الگوهای گرما- شارهٔ استوانه در حالت‌های ساکن و نوسانی مفتول بررسی شده است. فاصلهٔ افقی مفتول از ۱/۵D تا ۸D، قطر آن از ۰/۱D تا ۰/۹D و همچنین فاصلهٔ عمودی مفتول از محور افقی از ۰/۱D تا ۰/۹D متغیر است. معادلات حاکم در این مطالعه، معادلات پایستاری با فرض جریان دوبعدی، ناپایا، تراکم‌ناپذیر، آرام و لزج می‌باشند. شرط مرزی عدم لغزش در دیوارهٔ استوانه‌ها و شرط دما ثابت در استوانهٔ اصلی و شرط عایق دیواره برای مفتول برقرار است. معادلات حاکم به روش پسرو و با نرم‌افزار کامسول حل شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند که وجود مفتول یا استوانهٔ کمکی در بالادست جریان در حالت ساکن باعث کاهش ضریب پسا و عدد نوسلت استوانهٔ اصلی می‌شود ولی نوسان عرضی آن با قطر ۰/۳D، فاصلهٔ ۳D و دامنهٔ ۰/۲۵D، باعث افزایش این مقادیر نسبت به حالت ساکن می‌گردند که این افزایش در حالت قفل‌شدگی یعنی $F=1$ بیش‌ترین مقدار است.

واژه‌های کلیدی استوانهٔ دایره‌ای، جریان ارام، مفتول کنترل‌گر، انتقال حرارت.

Numerical Simulation of the Heat-Fluid Flow Behavior Around the Cylinder with the Controller Wire

S. E. Razavi	T. Adibi	E. Abbasi Tabrizi

Abstract *In this paper, the effects of tripwire in upstream of flow over a circular cylinder in a 2D channel and Re=100 has been investigated. The dimensions of the channel are 20D×50D. The distance between cylinder and wire is considered from 1.5D to 6D, and the relative size of wire is considered from 0.1D to 0.9D. The governing equations are continuity ,momentum, and energy for 2D, incompressible, unsteady and vicious conditions. The no-slip condition for both cylinder wall, constant temperature for cylinder, and adiabatic wall for wire have been considered in this paper. The followed equations have been solved by the back-ward differentiate method and the CFD software - COMSOL MULTYPHISIC. The results show that the higher diameter of the wire and horizontal and vertical distances of the wire causes a higher decrease in values of cylinder's drag and heat transfer. At all, It is found that existing of wire in upstream ,decreases the drag and heat transfer of the cylinder but oscillating wire with the amplitude of 0.25D and relative distance and diameters of 3D and.3D causes increasing in discussed parameters relative to the stationary state of them.*

Key Words Circular Cylinder, Controller Wire, Laminar Flow, Heat Transfer.

* تاریخ دریافت مقاله ۹۸/۸/۸ و تاریخ پذیرش آن ۹۹/۵/۱۳ می‌باشد.

(۱) استاد، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز.
(۲) نویسندهٔ مسئول، استادیار، گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه بناب، بناب.
(۳) کارشناسی ارشد، دانشکده‌ی مهندسی مکانیک، دانشگاه تبریز، تبریز.

DOI: 10.22067/fum-mech.v31i2.83998

Email: tohidadibi@ubonab.ac.ir

مقدّمه

مطالعهٔ جریان سیّال و انتقال گرما بر روی اجسام مختلف کاربرد وسیعی در صنایع مهندسی نظیر مبدل‌های گرمایی، پایه‌های پل‌ها، ساختمان‌سازی و لوله‌های راکتورهای هسته‌ای دارد. در عبور جریان خارجی از روی اجسام مختلف بعد از جدایش، ناحیه‌ای به نام دنباله به وجود می‌آید که باعث نوسان نیروها شده و بر اکثر پارامترهای جریان تأثیر می‌گذارد. لذا کنترل نقطهٔ جدایش و دنباله از اهمّیّت زیادی برخوردار است.

آرایش متوالی استوانه‌ها جز مثال‌های اساسی و پایه برای این‌گونه مسائل است که در دهه‌های اخیر مورد توجّه بسیاری از پژوهشگران قرار گرفته است. وجود یک مفتول یا استوانه در بالادست استوانهٔ دیگر در حالت‌های ساکن و نوسانی بر ناحیهٔ دنبالهٔ پشت استوانه، نقطهٔ جدایش، پدیدهٔ ریزش گردابه‌ها و تشکیل خیابان‌های کارمن (Karmam vortex street) اثر می‌گذارد و ازاین‌رو باعث تغییر در نیروهای وارده از طرف سیّال و همچنین انتقال گرما از استوانه و در حالت کلّی باعث تغییر در الگوهای گرما–شارهٔ اطراف آن می‌شود. مطالعات انجام گرفته در سال‌های اخیر حاکی از آن است که در حالت ساکن، فاصلهٔ نسبی دو سیلندر، قطر نسبی آنها و همچنین عدد رینولدز و در حالت ناپایا، دامنه و فرکانس نوسان از پارامترهای تأثیرگذار محسوب می‌شوند.

جریان تراکم ناپذیر حول استوانه همراه با انتقال گرما در مطالعات مختلفی به‌صورت عددی و تجربی بررسی شده است [1,2]. با توجّه به ویژگی‌های جریان اطراف استوانه همراه با انتقال گرما، این جریان عنوان جریان محک نیز مورد توجّه پژوهشگران بوده است [3]. بهروزی و همکاران [٤] جریان تراکم ناپذیر همراه با انتقال گرما روی استوانه را به صورت تجربی بررسی کردند. اثر یخ‌زدگی جدار روی خصوصیات گرمایی جریان بررسی شده است. سایه‌وند و بصیری [٥] جریان تراکم ناپذیر همراه با انتقال گرما را در جریان اطراف استوانه به‌صورت عددی بررسی کردند. آنها برای افزایش نرخ انتقال گرما از نانوسیّال استفاده کردند. کاهش نیروی پسای وارد بر استوانه نیز از اهمّیّت ویژه‌ای برخوردار است که پژوهشگران مختلفی در این زمینه کار کردند. ادیبی کاهش نیروی پسا با استفاده از یخ‌زدگی جدار را به‌صورت تجربی مورد مطالعه قرار داد [6]. انتظاری و همکاران در مطالعه تجربی دیگری راهکارهایی برای کاهش نیروی پسای پوسته‌ای ارائه کردند [7]. عالم و همکاران [8] به‌صورت تجربی در جریان متلاطم با هدف کاهش نیروهای جریان وارد بر استوانهٔ تنها و دو استوانه در دو حالت متوالی و کنار هم میله‌های متحرک را در بالادست جریان مقابل آنها نصب کردند مطالعهٔ جریان در عدد رینولدز $۵۵×۱۰^{٤}$ انجام گرفت. موقعیت زاویه‌ای میله‌های متحرک بین ۲۰ و ٦۰ درجه در نظر گرفته شده بود. نتایج مشاهدات برای استوانهٔ تنها این‌گونه بود که ماکزیمم کاهش برای نیروی پسا به‌اندازهٔ ٪٦۷ و در زاویهٔ ۳۰ درجه اتّفاق می‌افتد. همچنین بیشترین کاهش برای نوسانات نیروهای پسا و برا برای این استوانه به ترتیب ٪٦۱ و ٪۸۷ است. برای حالت سوم یعنی حالتی که دو استوانه در کنار هم قرار گرفته بودند هم کاهش قابل توجّه برای نیروهای پسا و برا و همچنین نوسانات این نیروها مشاهده شد و در حالتی که فاصلهٔ دو استوانه ۰/۱ برابر قطر استوانه بود نیروی برای منفی برای استوانه‌ها اتفاق افتاد.

ژن و همکاران [9] به‌صورت عددی و با الگوریتم سیمپل جریان حول یک استوانه را با وجود مفتول کنترل‌گر در بالادست آن در اعداد رینولدز کم بررسی کردند، نتایج حاصله بیان‌گر این موضوع بود که نیروهای وارد بر استوانه در اثر وجود مفتول‌ها کاهش می‌یابند به‌ویژه در رژیم جریان حبابی و در قطرهای نسبی ۰/۳ و ۰/۵. همچنین وجود جفت‌های گردابه در فاصلهٔ بین مفتول و استوانه باعث کاهش فشار در سطح رو به جریان سیلندر گردید.

جونکو [10] به‌صورت عددی و با روش اختلاف محدود مرتبهٔ بالا به بررسی و تحلیل انتقال گرما اجباری در جریان پایا، متقارن و ویسکوز بر روی دو استوانهٔ هم‌قطر با خصوصیات فیزیکی یکسان پرداخت. شبیه‌سازی عددی در مختصات دو قطبی استوانه‌ای انجام گرفت. برای گسسته سازی جملات غیر خطی معادلات ناویر استوکس، از روش اختلاف محدود مرتبهٔ بالا و برای حل معادلات گسسته سازی شده از الگوریتم تکرارکننده استفاده شد. محدودهٔ عدد رینولدز برای این مطالعه بین ۱ تا ۳۰ بود و مقادیر عدد پرانتل عبارت بودند از ۰/۱، ۱، ۱۰ و ۱۰۰. بیشتر تمرکز این مطالعه روی تأثیرات Pr.Re بر میزان انتقال گرما با مقادیر مختلف ظرفیت گرمایی بود. اثرات خارجی بر لبهٔ جلویی استوانه‌ها بیشتر از لبه‌های پشت آنها بود که این اختلاف با افزایش عدد رینولدز بیشتر می‌شد. ضریب پسا برای هر دو استوانه کمتر از حالت استوانهٔ تنها بود. ماهیر و همکاران [11] به‌صورت عددی و با روش حجم محدود، انتقال گرمای ناپایا را در جریان آرام با اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ بر روی دو استوانه با ارایش موازی بررسی کردند. محاسبات و شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار فلوئنت (Fluent) انجام گردید. سیّال مورد مطالعه هوا و فاصلهٔ دو استوانه به ترتیب ۲، ۳، ٤، ۵، ۷ و ۱۰ برابر قطر استوانه‌ها بود. پارامترهای جریان نظیر نیروهای پسا، برا و عدد استروهال محاسبه و با داده‌های موجود در مقالات قبلی مقایسه گردید. در اعداد رینولدز بالا، برای عدد نوسلت محلّی حول استوانه دو پرش مشاهده شد. برای حالت L/D>٤ مقدار میانگین عدد نوسلت تقریباً برابر با عدد نوسلت استوانهٔ تنها بود که در این حالت انتقال گرما از استوانهٔ پایین‌دست تقریباً ٪۸۰ استوانهٔ بالادست گزارش شد.

ونگ و همکاران [12] یک مطالعهٔ عددی را به روش اختلاف محدود در مورد جریان بر روی دو استوانه در آرایش موازی، در اعداد رینولدز ۱۰۰ و ۱۵۰ انجام دادند. آنها فاصلهٔ نسبی بین دو استوانه را در محدودهٔ ۰/۱D و ٤D و قطر نسبی سیلندر بالادست را دو محدودهٔ ۰/۱D و D در نظر گرفتند (D قطر استوانهٔ پایین‌دست است). بر اساس این تحقیق وقتی فاصلهٔ نسبی بین دو استوانه بزرگ باشد فعل‌وانفعالات بین دو استوانه ضعیف خواهد بود ولی وقتی به‌اندازهٔ کافی کوچک باشد، گردابه‌های ناشی از هر دو استوانه در هم غوطه‌ور شده و دو استوانه همانند یک استوانهٔ واحد عمل می‌کنند. همچنین در حالت کلی فرکانس ریزش گردابه برای استوانهٔ پایین‌دست کوچک‌تر از حالت استوانهٔ تنها است. عدد استروهال برای فواصل نسبی ۲/۵ تا ۳ و برای قطرهای نسبی ۰/۵، ۰/۷ و ۱ با افزایش فاصله به‌تدریج افزایش می‌یابد. ضرایب پسا و برا هم این ویژگی را دارند.

ماهیر و همکاران [13] الگوهای گرما-شاره را بر روی دو استوانهٔ موازی با قطرهای غیر یکسان در دو عدد رینولدز ۱۰۰ و ۲۰۰ بررسی و تحلیل کرده و تأثیرات سه پارامتر قطر نسبی دو استوانه، فاصله و عدد رینولدز را بر ضرایب برا، پسا، عدد استروهال و عدد نوسلت به دست آوردند. بررسی نیروهای هیدرودینامیکی جریان و میزان انتقال گرما نسبت به فاصله نشان داد که در موقعیت مکانی خاص به علّت تغییر الگوی جریان یک پرش در نمودار نیروها و عدد نوسلت وجود دارد. عدد استروهال بر اثر وجود استوانه در بالادست مقدار کوچک‌تری را نشان می‌دهد و با افزایش قطر استوانهٔ بالادست کاهش می‌یابد. همچنین بررسی تغییرات عدد نوسلت نسبت به قطر نسبی در یک فاصلهٔ مکانی ثابت حاکی از آن است که با کاهش قطر استوانهٔ بالادست میزان انتقال گرما افزایش می‌یابد ولی افزایش قطر به علّت ایجاد ناحیهٔ سکون وسیع در جلوی استوانهٔ پایین‌دست و درنتیجه کاهش گرادیان دما در آن ناحیه موجب کاهش انتقال گرما از آن می‌شود. با افزایش بیشتر فاصلهٔ بین دو استوانه، انتقال گرمای استوانه همانند استوانهٔ تنها عمل می‌کند.

رضوی و همکاران [١٤] تأثیر حضور مفتول دایره‌ای چسبیده به استوانه را در مقایسه با استوانهٔ بدون مفتول

روی پارامترهای ضریب پسا و انتقال گرما در گسترهٔ زاویهٔ ۰ تا ۱۸۰ درجه نسبت به نقطهٔ سکون بررسی کردند و دریافتند که افزودن مفتول تا موقعیت ۹۰° درجه موجب کاهش انتقال گرما نسبت به استوانهٔ ساده می‌شود اما بعدازاین زاویه انتقال گرما نسبت به حالت ساده افزایش می‌یابد. همچنین با کاهش عدد رینولدز تأثیر افزودن مفتول بیشتر می‌گردد. باو و همکاران [15] جریان بر روی یک استوانه را با وجود استوانهٔ دیگر در بالادست که تحت ارتعاش اجباری در راستای عرضی قرار داشت در عدد رینولدز ۱۰۰ تحلیل وتاثیرات فاصله، فرکانس و دامنه را بر الگوهای گرما-شاره بررسی کردند. طبق تحقیقات، نوسان استوانه با دامنهٔ کم، تغییرات زیادی را نسبت به حالت استوانهٔ ساکن به وجود می‌آورد. برای جریان عبوری از روی دو استوانهٔ ساکن سه الگو برحسب فاصله به وجود آمد. مشاهده شد که گذر از حالت توقف ریزش گردابه (VS(vortex shedding) Flow) به حالت تشکیل گردابه (VF(vortex suppressing) Flow) به علّت نوسان اجباری استوانهٔ بالادست زودتر اتّفاق می‌افتد. برای حالت F=1 گردابه‌ها در L/D=۲/۵-۳ نمایان شده و در L/D>3.5 ریزش گردابه‌ها شروع می‌شود. ناحیهٔ گذار ۲/۵–۲ است که برای استوانهٔ تنها در ۳/۵–۳ رخ می‌دهد. آنالیز طیفی نیروی برا بیانگر این موضوع است که برای فرکانس‌های القایی که در محدودهٔ قفل‌شدگی قرار دارند، یک قله و در سایر فرکانس‌ها بیش از یک قله وجود دارد. نیروهای برا و پسا در حالت کلّی نسبت به حالت دو استوانهٔ ثابت مقادیر بزرگ‌تری را دارا می‌باشند. (مخصوصاً در ناحیهٔ قفل). برای استوانهٔ پایین با افزایش فاصله و فرکانس القایی مقادیر این نیروها شبیه حالت استوانهٔ ساکن است.

فو و همکاران [16] جریان بر روی استوانه را تحت تأثیر استوانهٔ بالادست که تحت ارتعاشات اجباری در راستای طولی قرار داشت تحلیل کردند. ابتدا نتایج برای یک استوانهٔ تنها و ساکن اعتبار سنجی شد و سپس حالت دو استوانهٔ موازی در حالت ساکن و در محدودهٔ فاصلهٔ ٤>L/D>۱/۵ مورد بررسی قرار گرفت که فاصلهٔ بحرانی بین دو استوانه بین ۳/۵ تا ٤ به دست آمد. سپس جریان بر روی استوانهٔ ساکن تحت تأثیر استوانهٔ نوسان‌کننده در بالادست و در راستای طولی تحلیل شد. فاصلهٔ دو استوانه L/D=2، عدد رینولدز ۱۰۰ و دامنهٔ نوسان (A/D) طبق مطالعات قبلی ۰/۳ در نظرگرفته شد. همچنین فرکانس نسبی ($F=f/f_s$) از ۱/۵ تا ۷ تغییر می‌کرد.

معادلات حاکم و روش حل

معادلات حاکم بر مسأله با فرض جریان لایه‌ای، تراکم‌ناپذیر، دوبعدی و لزج، به شرح زیر است:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dx}+\upsilon(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}=-\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dy}+\upsilon\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t}+u\frac{\partial T}{\partial x}+v\frac{\partial T}{\partial y}=\alpha(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial y^2})$$

در این مسأله دو عدد رینولدز مطرح است:

۱) بر مبنای قطر استوانه: $Re_D=\frac{U_i D}{\upsilon}$ که برابر ۱۰۰ است.

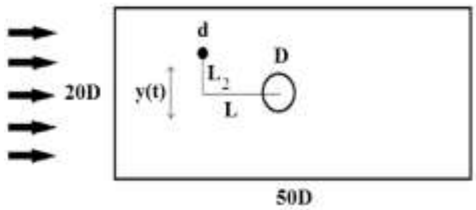
۲) بر مبنای ارتفاع کانال: $Re_H=\frac{U_i H}{\upsilon}$ که برابر ۲۰۰۰ است.

لذا در هر حالتی جریان آرام است. در قسمت پایانی مقاله، جریان بر روی استوانه تحت تأثیر مفتول در بالادست جریان با قطر نسبی ۰/۳ و فاصلهٔ نسبی ۳ تا استوانه بررسی می‌شود. در این حالت مفتول دارای حرکت عرضی بوده و معادلهٔ حرکت آن به‌صورت زیر است:

$$Y(t)=A\sin(2\pi f_0 t) \qquad (۱)$$

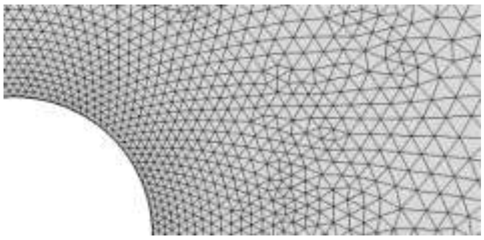
که A دامنهٔ نوسان و برابر ۰/۲۵D و f_o فرکانس

نوسان اجباری مفتول و t همزمان است. در این تحقیق جریان سیّال بر روی یک استوانه مدنظر است که در بالادست آن یک مفتول یا استوانهٔ دایروی قرار گرفته است. استوانه و مفتول در داخل یک کانال به ارتفاع ۲۰D و طول ۵۰D قرار دارند. فاصلهٔ مفتول از ورودی کانال ۱۰D است که به فاصلهٔ L از استوانهٔ اصلی در بالادست جریان قرار دارد. (شکل ۱)، مقادیر L در قسمت‌های مختلف این پژوهش از ۱/۵D تا ۸D متغیر است. هم مفتول و هم استوانه به فواصل مساوی ۱۰D از مرز بالا و پایینی کانال قرار گرفته‌اند. مبدأ مختصات در روی ورودی کانال و وسط آن قرار دارد.

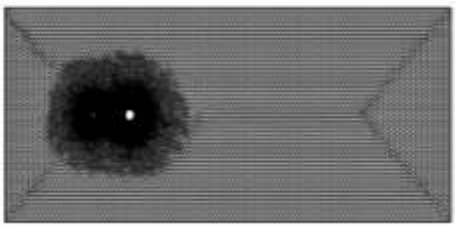


شکل (۱): هندسهٔ مسألهٔ مورد مطالعه

جریان به‌صورت افقی از ورودی کانال وارد شده و از انتهای آن خارج می‌گردد. در ورودی، سرعت یکنواخت $u=U_i$، دمای یکنواخت $T=T_i$، در دیوارهٔ بالا و پایین کانال، $u=U_i$، $v=0$ و $T=T_i$، در استوانه $u=v=0$، $\frac{\partial T}{\partial n}=0$ (دیواره عایق)، در دیوارهٔ مفتول $u=v=0$، $T=T_w$ (دما ثابت) و در خروجی: $\frac{\partial u}{\partial x}=\frac{\partial v}{\partial x}=\frac{\partial T}{\partial x}=0$ برقرار است که در آن n، بردار نرمال دیواره و U_i و T_i به ترتیب سرعت و دمای جریان آزاد در ورودی می‌باشند. شبکه‌بندی مورد استفاده در این مطالعه مجموعه‌ای از شبکه‌های سازمان‌یافته و بی‌سازمان می‌باشند که به شکل مثلثی در نظر گرفته‌شده‌اند. این شبکه‌بندی در اطراف استوانه دارای نرخ رشد بوده و به‌اندازهٔ کافی ریز در نظر گرفته‌شده‌اند ولی در سایر نقاط به‌صورت یکنواخت است. شکل (۲) شبکه‌بندی مذکور را در به ترتیب در نزدیکی استوانه و کل کانال نشان می‌دهد. برای بررسی نتایج استقلال از شبکه، تأثیر شبکه‌های مختلف بر ضریب پسای استوانهٔ اصلی تحت تأثیر مفتول کنترل‌گر در حالت خاص d/D=۰/۳، L/D=٤ و عدد رینولدز ۱۰۰ بررسی می‌شود. بدین منظور ۸ شبکه با ابعاد مختلف با ترکیبی از شبکه‌های با سازمان و بی‌سازمان مورد استفاده قرار می‌گیرد. برای دقّت بیشتر، تعداد شبکه‌ها در اطراف استوانه به‌اندازهٔ کافی ریز در نظر گرفته شده است. نتایج حاصل از تعداد شبکه‌ها بر ضریب پسای استوانهٔ اصلی در شکل (۳) نمایش داده شده است.

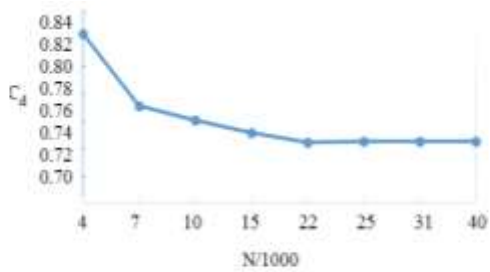


(الف)



(ب)

شکل (۲): شبکه‌بندی برای d/D =۰/۳ و L/D=۳؛ الف) اطراف استوانه، ب) کل کانال



شکل (۳): ضریب پسای متوسط استوانه در شبکه‌بندی‌های مختلف

ملاحظه می‌شود که نتایج ضریب پسا پس از تعداد ۲۲۸۶۸ شبکه تغییر قابل توجّهی ندارد لذا این شبکه

به‌عنوان شبکهٔ مورد استفاده انتخاب می‌شود. برای بررسی استقلال نتایج از گام زمانی، تأثیر نوسان عرضی یک استوانهٔ هم‌قطر با استوانهٔ اصلی، در فاصلهٔ L/D=۳ و فرکانس نسبی F=1 (منظور از فرکانس نسبی، نسبت فرکانس تحریک استوانه به فرکانس تشکیل گردابه های پشت استوانه در حالت ساکن است.) بر ضریب پسا، عدد استروهال و همچنین میزان انتقال گرما از استوانه در عدد رینولدز ۱۰۰ انجام گرفته است. دامنهٔ نوسان استوانهٔ کمکی برابر ۰/۲۵D است. نتایج حاصل در جدول (۱) آورده شده است. شایان یادآوری است که گام زمانی به‌صورت نسبی در نظر گرفته شده است. (Δt=ΔT.Ui/D)

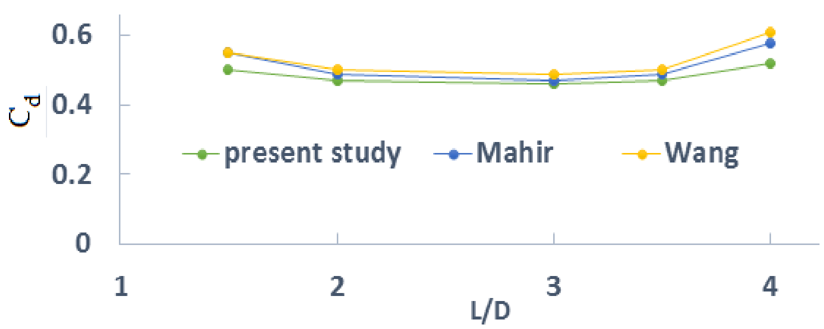
با توجّه به داده‌های جدول، با کاهش گام زمانی از ۰/۰۵ به ۰/۰۱، نتایج حاصل تغییر چندانی پیدا نمی‌کنند. لذا گام زمانی ۰/۰۵ به‌عنوان گام مورد اســـتفاده در این پژوهش انتخاب می‌شود.

برای اعتبار سنجی پژوهش حا ضر، نتایج به د ست آمده از ضـریب پسـا و عدد نوسـلت میانگین اسـتوانه برای جر یان بر روی یک اســتوا نه با وجود مفتول کنترل‌گر در فاصـــلهٔ L/D=۰/۵ و قطر d/D=۰/۳ با نتایج حا صل از ونگ [12] و ماهیر [13] مقایـِسه شد. نتایج حاصل بدین‌صورت است:

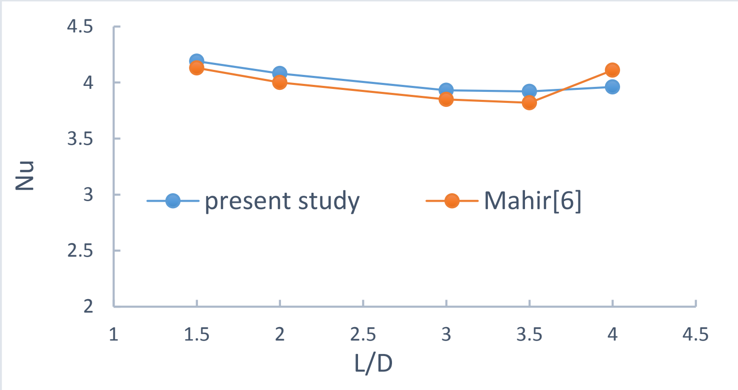
از مقایسهٔ نتایج پژوهش حا ضر با نتایج حا صل از مقالات قبلی، مشاهده می شود که تطابق خوبی بین آنها برقرار است.

جدول (۱): نتایج استقلال از گام زمانی

Δt	Cd	Nu	St
۰/۱	۰/۷۵	٤/۹	۰/۱٥۱
۰/۰٥	۰/٦۷٥	٤/۹۹	۰/۱٥٥
۰/۰۱	۰/٦۷٤	٥/۰۱	۰/۱٥٥



شکل (٤): مقایسهٔ نتایج به دست آمده در این مقاله با نتایج ونگ[12] و ماهیر [13] (ضریب پسای متوسط استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر در فاصلهٔ نسبی ۳ و قطر نسبی ۰/۵ و Re =۱۰۰)



شکل (۵): مقایسهٔ عدد نوسلت متوسط استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر در فاصلهٔ نسبی ۳ و قطر نسبی ۰/۵ و Re =۱۰۰

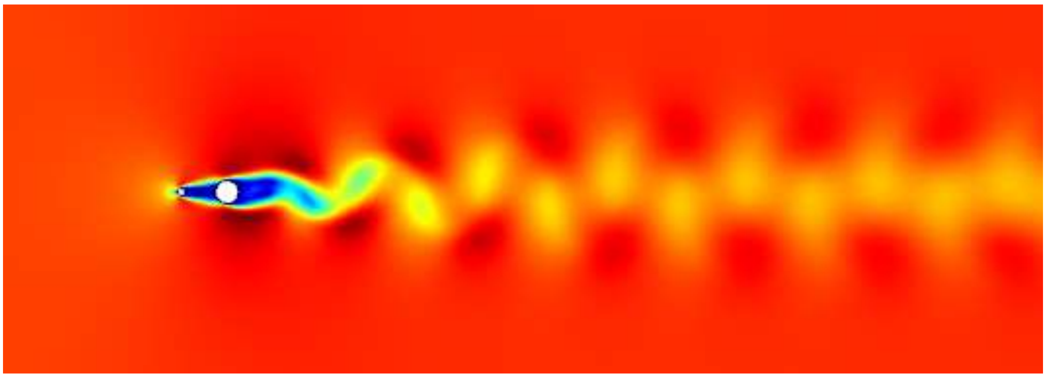
نتایج و بحث

هدف اصلی در این تحقیق، بررسی میزان انتقال گرما در جریان ناپایا بر روی استوانه تحت تأثیر یک مفتول کنترل‌گر است. این مفتول در فواصل مختلف نسبت به استوانهٔ اصلی قرار دارد و قطر نسبی آن در محدودهٔ خاصی متغیر است و وجود آن در وضعیت‌های مختلف باعث تغییر در الگوهای گرما-شارهٔ و همچنین گردابه های پشت استوانه می‌شود. برای یافتن مقدار بهینه برای انتقال گرما و ضریب پسای استوانه، مقدار یک متغیر ثابت فرض شده و تأثیر سایر متغیرها بر روی آن بررسی می‌شود. در این تحقیق، عدد رینولدز نسبت به قطر استوانهٔ اصلی برابر ۱۰۰ در نظر گرفته‌شده‌است.

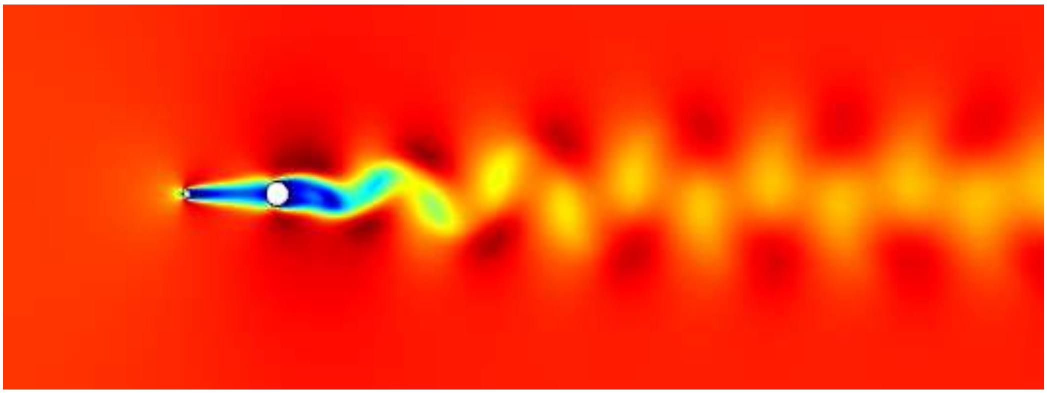
نتایج برای تغییر موقعیت افقی مفتول

در این بخش یک مفتول با قطر کوچک‌تر از استوانه در بالادست آن قرار گرفته و تأثیر آن در فواصل طولی ۲ تا ۸ نسبت به قطر استوانه بر الگوهای گرما-شاره بررسی می‌شود. قطر مفتول برابر ۰/۳D است. با توجّه به شکل (٦) ملاحظه می‌شود که وقتی قطر نسبی مفتول نسبت به استوانه ۰/۳ است، با گذر جریان بر روی مفتول در پشت آن دو دنباله به‌صورت تقارن نسبت به خط مرکزی به وجود می‌آید و تا سطح جلویی استوانه کشیده می‌شود و با افزایش فاصلهٔ مفتول و استوانه فقط طول دنبالهٔ به‌وجود آمده بیشتر شده و کشیده‌تر می‌شود و برخلاف حالت جریان بر روی دو استوانهٔ هم‌قطر، در هیچ فاصله‌ای ریزش گردابه‌ای بین مفتول و استوانه مشاهده نمی‌شود، به‌عبارتی‌دیگر، در این حالت برحسب فاصلهٔ مفتول و استوانه، فاصلهٔ بحرانی وجود ندارد (با توجّه به مطالعات ماهیر [11] در جریان بر روی دو استوانهٔ موازی هم‌قطر، یک فاصلهٔ بحرانی وجود دارد که بعدازآن در فضای بین استوانه و مفتول ریزش گردابه‌ها شروع شده و الگوی جریان تغییر می‌یابد. درنتیجهٔ این تغییر الگو، مقادیر نیروهای هید۰.....۰۰رودینامیکی وارد بر استوانه و همچنین میزان انتقال حرارت از آن به‌صورت ناگهانی افزایش می‌یابد). همچنین با افزایش فاصلهٔ عمودی مفتول از محور افقی، ناحیهٔ سکون در سطح جلوی کاهش یافته و نقطهٔ جدایش نیز تغییر می‌یابد. لذا اختلاف فشار دو طرف استوانه افزایش یافته و باعث افزایش نیروی پسای وارد بر آن می‌شود (شکل ۷).

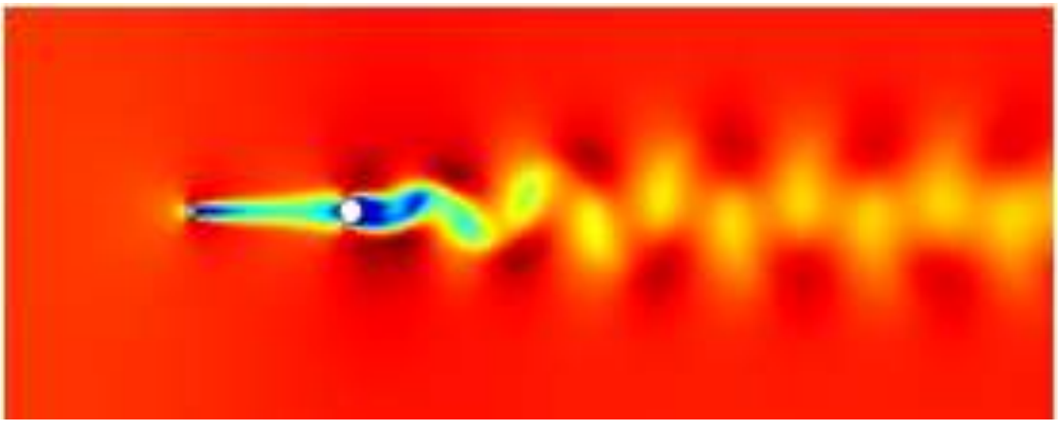
شـــکل‌های (۸) و (۹) به ترتیب تغییرات ضـــریب پســـا و عدد نوســـلت اســـتوانه را در حالت d/D=۰/۳ بر حسب فا صلهٔ افقی ا ستوانه و مفتول ن شان می‌دهد. همچنین شـــکل های (۱۰) و (۱۱) به ترتیب تغییرات ضـــریب پســـا و عدد نوســـلت اســـتوانه را در حالت d/D=۰/۳ برحسب فاصلهٔ عمودی استوانه و مفتول نشان می‌دهد.



L/D=۲

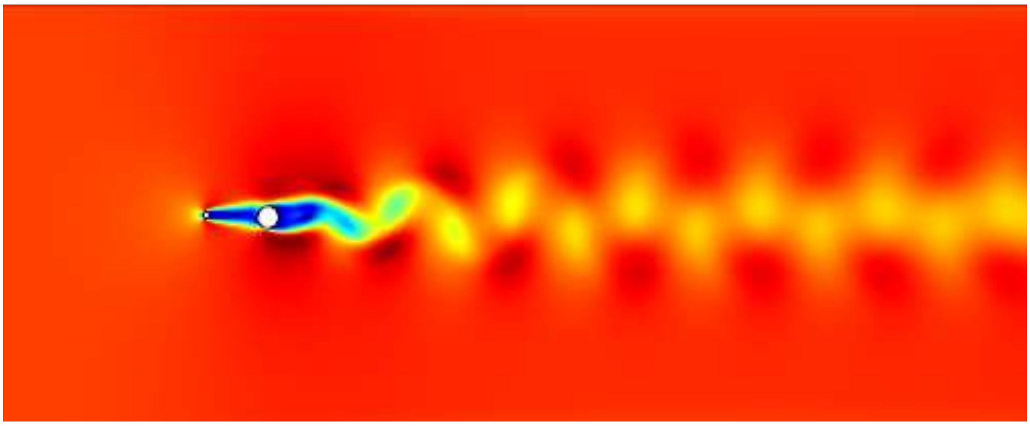


L/D=۴

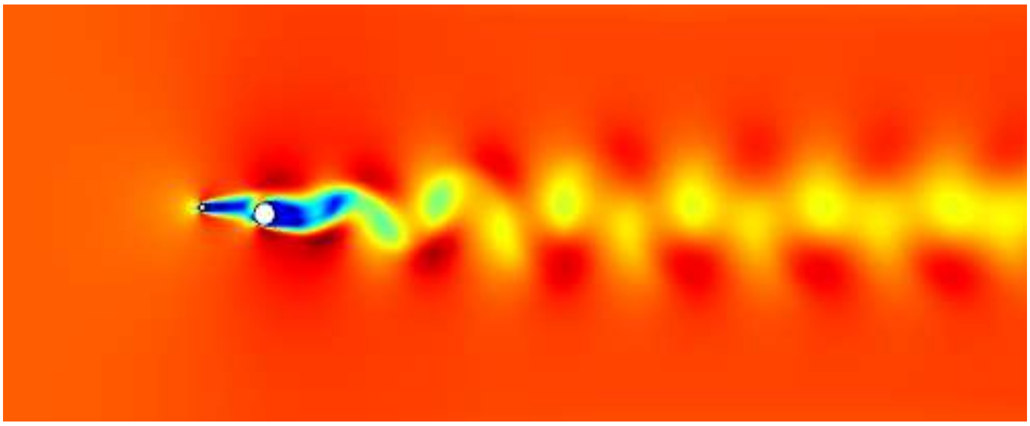


L/D=۸

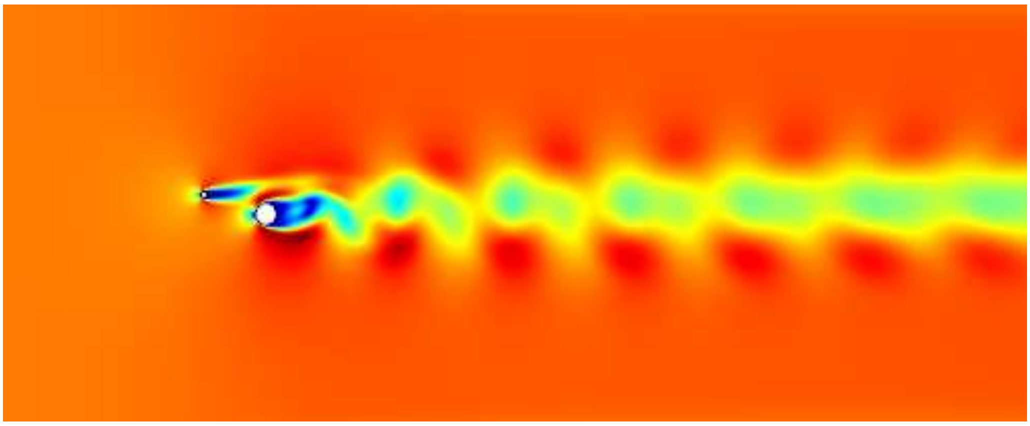
شکل (٦): کانتورهای سرعت جریان با وجود مفتول در بالادست برحسب فاصلهٔ افقی مفتول با قطر نسبی ۰/۳ در ۱۰۰= Re



L_2/D=۰/۱

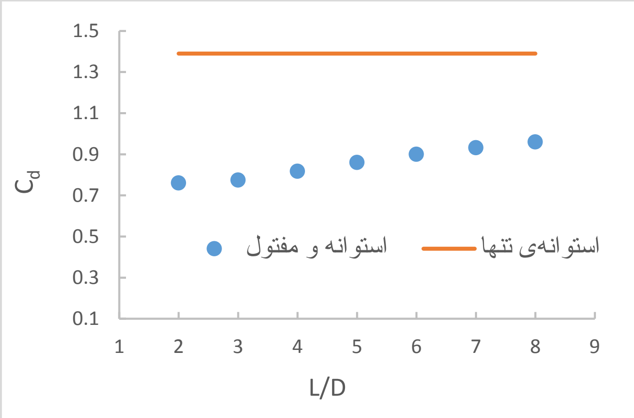


L_2/D=۰/۵

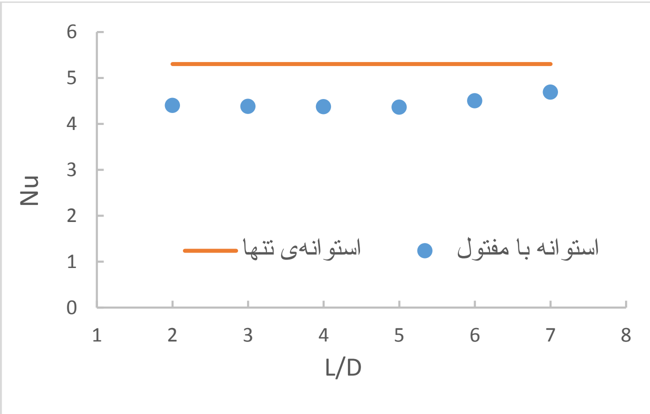


L_2/D=۰/۹

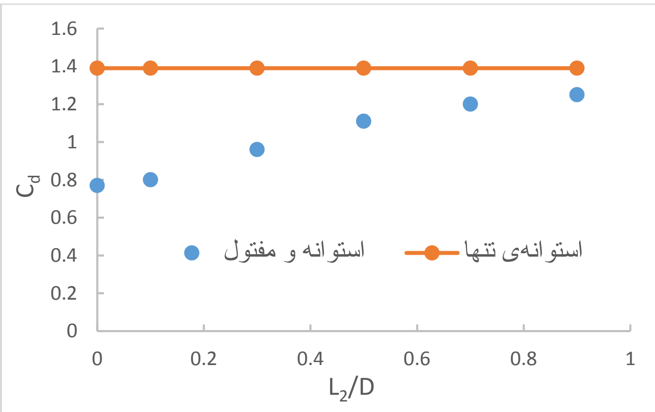
شکل (۷): کانتورهای سرعت جریان با وجود مفتول در بالادست برحسب فاصلهٔ افقی مفتول با قطر نسبی ۰/۳ در Re =۱۰۰



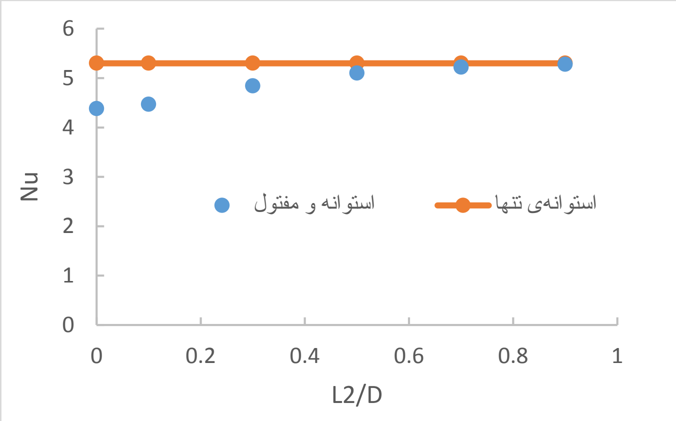
شکل (۸): نیروی پسای جریان بر روی استوانه و مفتول با قطر ۰/۳D برحسب فاصلهٔ افقی در Re =۱۰۰



شکل (۹): عدد نوسلت جریان بر روی استوانه و مفتول با قطر ۰/۳D برحسب فاصله افقی در Re =۱۰۰



شکل (۱۰): تغییرات نیروی پسای استوانه تحت تأثیر مفتول کنترل‌گر با قطر ۰/۳D و در فاصلهٔ افقی ۳D برحسب فاصلهٔ عمودی آن از محور افقی در Re =۱۰۰



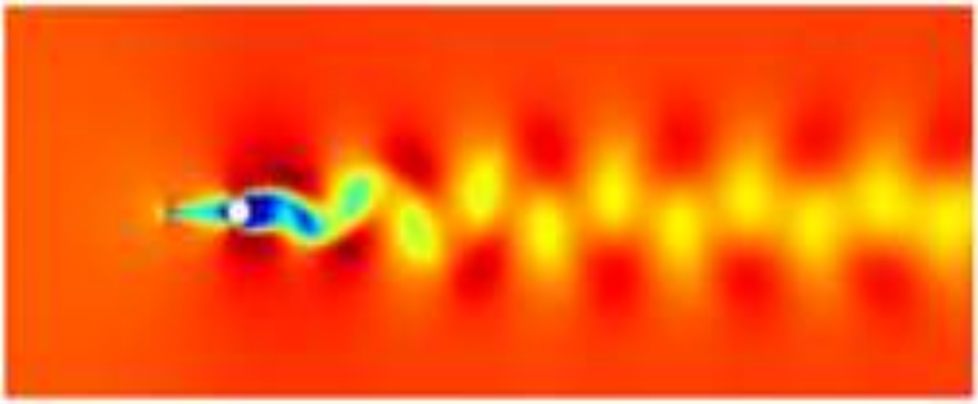
شکل (۱۱): تغییرات عدد نوسلت استوانه تحت تأثیر مفتول کنترل‌گر با قطر ۰/۳D و در فاصلهٔ افقی ۳D برحسب فاصلهٔ عمودی آن از محور افقی در Re =۱۰۰

ملاحظه می‌شود که با افزایش فاصله، ضریب پسای استوانه به‌طور آهسته بیش‌تر می‌شود. در شکل بالا، هیچ پرش ناگهانی مشاهده نمی‌شود و تغییرات مقادیر پارامترها برحسب فاصلهٔ استوانه و مفتول ملایم است.

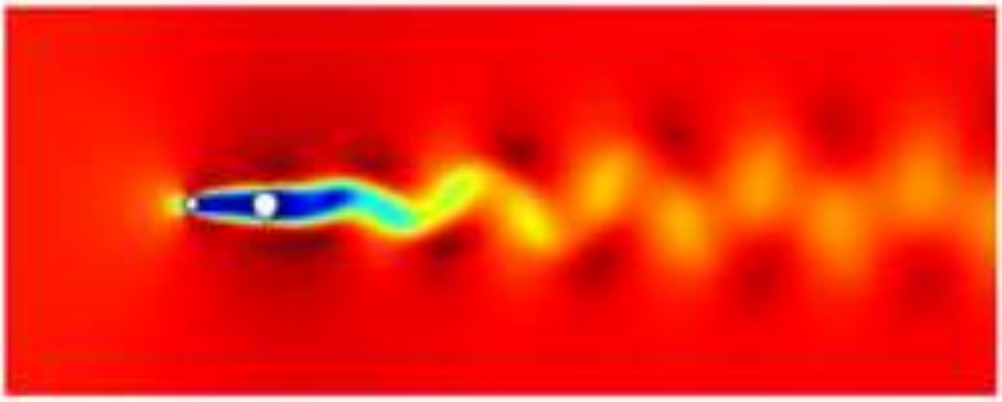
ملاحظه می‌شود که با افزایش فاصلهٔ عمودی مفتول از محور افقی، هم ضریب پسا و هم عدد نوسلت افزایش یافته و به مقادیر جریان بر روی استوانهٔ تنها نزدیک‌تر می‌شوند ولی در حالت کلّی وجود مفتول در این حالت باعث کاهش در ضرایب پسا و عدد نوسلت استوانه می‌شود.

تأثیر اندازهٔ قطر مفتول بر الگوهای گرما-شارهٔ اطراف استوانه

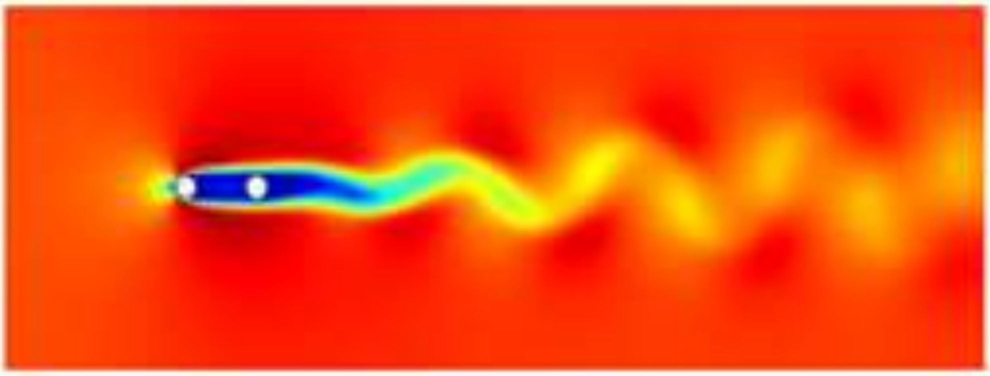
شکل‌های (۱۲) و (۱۳) و (۱٤) کانتورهای سرعت و دما و خطوط جریان بر روی استوانه را در L/D=۰/۳، در قطرهای مختلف و در زمان بی‌بعد ۱۵۰s نشان می‌دهند. وقتی d/D=۰/۱، دنبالهٔ کوچکی در پشت مفتول تولید شده و لایه‌های برشی ایجاد شده تا نزدیکی سطح جلویی استوانه گسترش یافته و در نزدیکی خط مرکزی استوانه به آن می‌چسبند. با بزرگ‌تر شدن نسبت d/D، دنباله‌های حاصل از مفتول که به‌صورت متقارن نیز می‌باشند وسیع‌تر شده و بعد از چسبیدن به هم در فاصلهٔ بین استوانه و مفتول، به سطح جلویی استوانه برخورد کرده و تشکیل یک ناحیهٔ شبه‌سکون را در جلوی استوانه می‌دهند و سپس رشد لایهٔ مرزی بر روی استوانه شروع می‌شود که با افزایش نسبت d/D این ناحیه بزرگ‌تر شده و رشد لایهٔ مرزی دیرتر شروع می‌شود. سپس در پشت استوانه خیابان‌های کارمن تولید شده و بعدازآن پدیدهٔ ریزش گردابه شروع می‌شود. همچنین با افزایش نسبت d/D، خیابان‌های ورتکس کارمن در پشت استوانه تا طول بیش‌تری امتداد می‌یابند. درواقع با کاهش نسبت قطر مفتول به استوانه، دنبالهٔ حاصل از عبور جریان بر روی مفتول باریک‌تر شده و به عبارتی اثرات وجود مفتول بر الگوهای گرما-شارهٔ استوانه کمتر می‌شود. در جریان بر روی استوانه و مفتول هم در حالت‌های d/D=۰/۱ و d/D=۰/۳ در اطراف مفتول خطوط ایزوترم مشاهده نمی‌شود ولی با افزایش نسبت d/D، این خطوط نمایان می‌شوند و این به معنی وجود انتقال گرما در آن قسمت است. تغییرات مقادیر نیروی پسا و عدد نوسلت برحسب قطر مفتول در شکل‌های (۱۵) و (۱٦) نشان داده شده است.



d/D=۰/۱



d/D=۰/۵



d/D=۰/۹

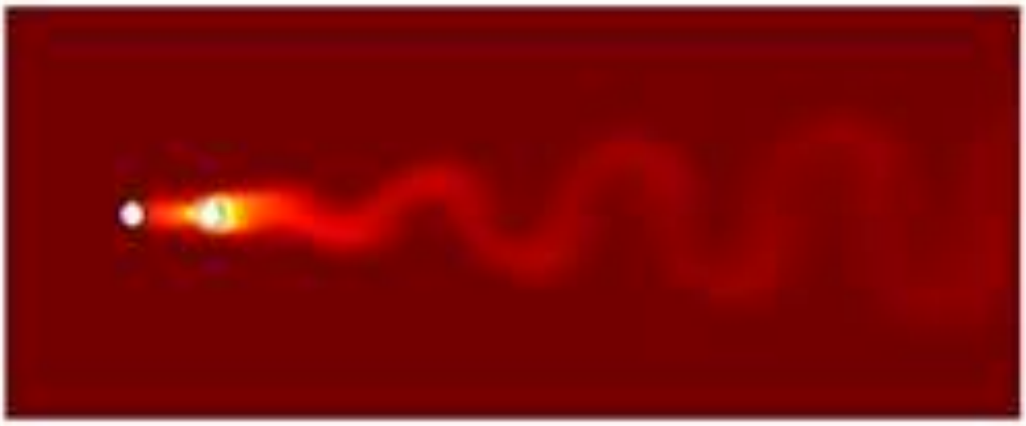
شکل (۱۲): کانتورهای سرعت جریان بر روی استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر در قطرهای مختلف نسبت به استوانه در فاصلهٔ افقی ۳D و ۱۰۰= Re



d/D=۰/۱

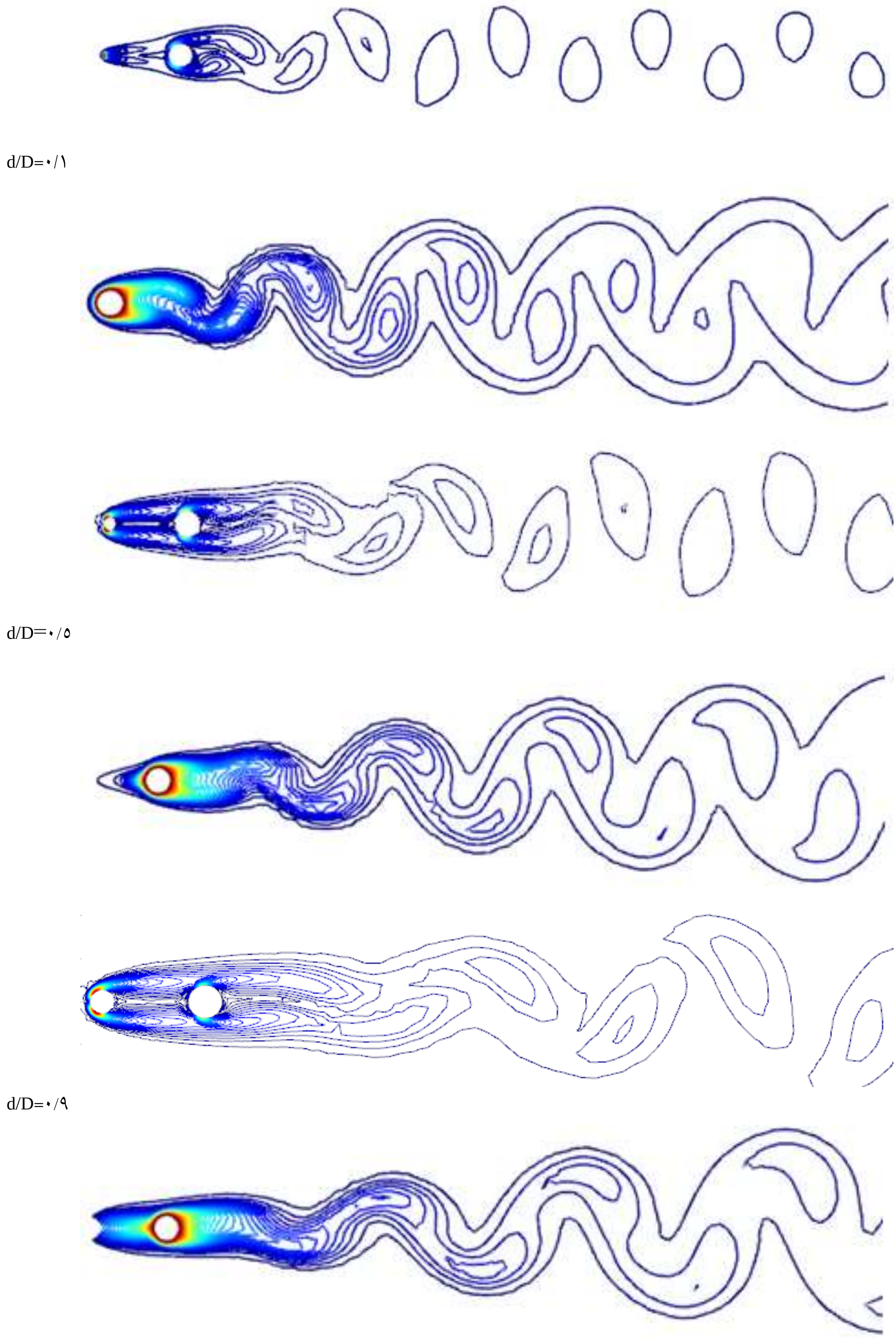


d/D=۰/۵

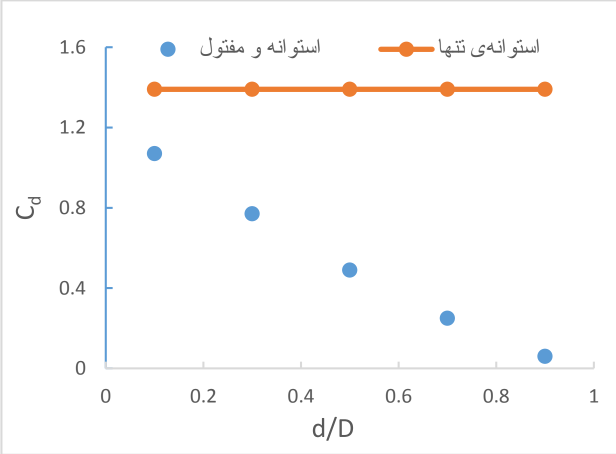


d/D=۰/۹

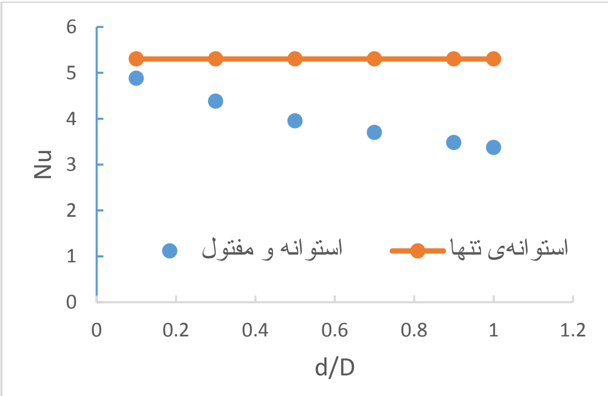
شکل (۱۳): کانتورهای دمای جریان بر روی استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر در قطرهای مختلف نسبت به استوانه در فاصلهٔ افقی ۳D و ۱۰۰= Re



شکل (١٤): کانتورهای گردابه (بالا) و هم‌دمای (پایین) جریان بر روی استوانه با وجود مفتول کنترل‌گر در قطرهای مختلف نسبت به استوانه در فاصلهٔ افقی ٣D و Re =١٠٠



شکل (١٥): نیروی پسای استوانه برحسب قطر مفتول در فاصلۀ ٣D در بالادست استوانه و در Re =١٠٠



شکل (١٦): عدد نوسلت استوانه برحسب قطر مفتول در فاصلۀ ٣D در بالادست استوانه و در Re =١٠٠

مشاهده می‌شود که با افزایش قطر مفتول نسبت به استوانه مقادیر ضریب پسا کاهش می‌یابد که علّت ان، افزایش وسعت دنبالۀ حاصل از عبور جریان بر روی مفتول در پشت آن است. حالت d/D=٠/١ نزدیک‌ترین وضعیت به ضریب پسای استوانۀ تنها است. با بزرگ‌تر شدن قطر مفتول در بالادست، دنبالۀ ناشی از گذر جریان بر روی مفتول در جلوی استوانۀ بزرگ‌تر شده و باعث می‌شود اختلاف فشار دو طرف استوانه کاهش یابد و این به معنی کاهش ضریب پسای فشاری و در حالت کلّی ضریب پسا است. همچنین مطالعۀ تغییرات عدد نوسلت از طریق شکل (١٦) بیانگر این موضوع هست که با افزایش قطر مفتول، عدد نوسلت متوسط استوانه کمتر می‌شود که دلیل آن، افزایش ضخامت لایۀ مرزی گرمایی بر روی سطح استوانه با افزایش نسبت d/D است.

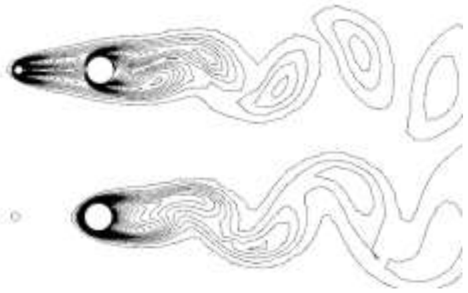
نتایج جریان بر روی استوانه تحت تأثیر نوسان عرضی مفتول در بالادست

در این قسمت کنترل فعال جریان از طریق نوسان عرضی اجباری مفتول در بالادست استوانۀ ساکن بررسی می‌شود. قطر مفتول ٠/٣D و فاصلۀ آن تا استوانه ٣D و دامنۀ نوسان برابر ٠/٢٥D است. الگوهای گرما-شاره و همچنین تغییرات نیروهای هیدرودینامیکی و عدد نوسلت استوانه در سه فرکانس نوسان مفتول در حالت‌های فروهارمونیک (F=٠/٥)، هارمونیک (F=١) و فراهارمونیک (F=٢) بررسی می‌شوند.

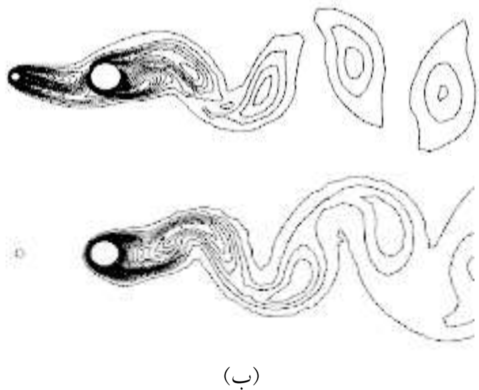
پدیدهٔ قفل‌شدگی [15]. قفل‌شدگی زمانی به وجود می‌آید که جسمی در مقابل جریان و تحت نوسان اجباری قرار داشته باشد. در این حالت فرکانس تشکیل گردابه‌ها در پشت جسم با فرکانس قابل انتظار متفاوت خواهد بود. در این حالت فرکانس تحریک اجباری جسم بر فرکانس طبیعی تشکیل گردابه‌ها در پشت آن غلبه کرده و بر آن مستولی می‌شود؛ و دو فرکانس باهم برابر می‌شوند. نکتهٔ قابل بیان این است که حالت قفل‌شدگی فقط در حالت برابری فرکانس تحریک با فرکانس تشکیل گردابه‌ها اتّفاق نمی‌افتد، بلکه در محدوده‌ای خاص در نزدیکی آن نیز برقرار است که به آن محدوده ناحیهٔ قفل‌شدگی می‌گویند، ولی وقتی‌که اختلاف دو فرکانس زیاد باشد دو فرکانس نمی‌توانند باهم کوپل شوند. سه راه برای تشخیص حالت قفل‌شدگی وجود دارد که عبارت‌اند از:

۱. مشاهدهٔ رفتار جریان به‌صورت تجربی یا عددی: نوسان گردابه‌ها در پشت جسم، به‌صورت هماهنگ با نوسان اجباری آن اتفاق می‌افتد؛
۲. آنالیز طیفی نیروی برا: در این حالت در نمودار فقط یک قلّه مشاهده می‌شود؛
۳. مشاهدهٔ تغییرات نیروی برا برحسب زمان: در حالت قفل شدگی، این نمودار به صورت سینو سی خواهد بود.

تحقیقات باو و همکاران در مورد جریان بر روی دو استوانهٔ موازی نشان داد که در حالت VS که در فاصله‌های کم دو استوانه رخ می‌دهد، به علّت تراکنش زیاد بین گردابه‌های آنها ناحیهٔ قفل بزرگ‌تر از حالت VF است. نوسان مفتول در بالادست باعث می‌شود که تغییر الگوی گردابه‌ها از حالت VS به VF زودتر به وقوع بپیوندد. بررسی کانتورهای گردابه برای جریان بر روی استوانه و مفتول در حالت ساکن نشان می‌دهد که تا فاصلهٔ L/D= ۸ هیچ گردابه‌ای در فضای بین استوانه و مفتول تشکیل نمی‌گردد. درواقع برای حالت ذکرشده در حالت ساکن الگوی جریان VF وجود ندارد، اما در حالت نوسان مفتول با دامنهٔ ۰/۲۵D و فرکانس‌های نسبی ۰/۵، ۱ و ۲ ریزش گردابه در بین پشت مفتول مشاهده می‌شود. لذا می‌توان نتیجه گرفت که نوسان مفتول در بالادست باعث می‌شود تغییر الگوی گردابه‌ها از VS به VF زودتر اتّفاق بیفتد. مطالعهٔ کانتورهای گردابه در پشت مفتول، به‌وضوح نشان می‌دهد که با افزایش فرکانس نوسان اجباری، نوسان گردابه‌ها در بین استوانه و مفتول نیز بیشتر می‌شود. همچنین کانتورهای خطوط ایزوترم نشان می‌دهد که در حالت F=۱ یعنی حالت قفل‌شدگی، تراکم خطوط ایزوترم در اطراف استوانه بیش‌تر است و این به معنی افزایش انتقال گرما از استوانه در این حالت است. کانتورهای خطوط گردابه (بالا) و هم‌دما (پایین) در زمان بی‌بعد ۱۰۰s در شکل (۱۷) نشان داده شده‌اند.



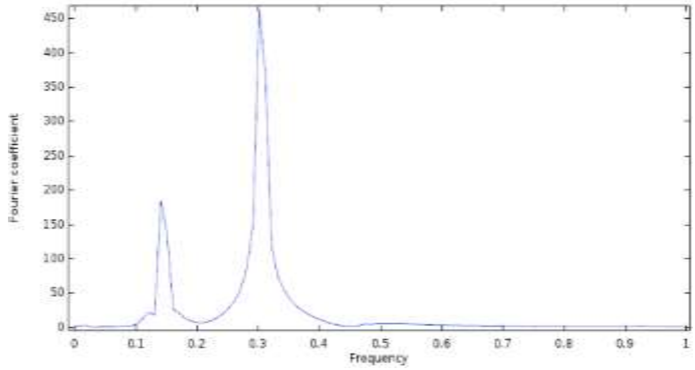
(الف)



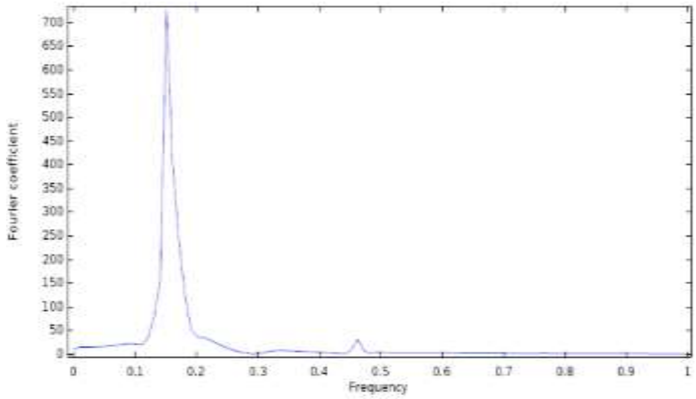
(ب)

شکل (۱۷): کانتورهای گردابه و هم‌دما در جریان بر روی استوانه و مفتول کنترل‌گر در فاصله و قطر نسبی ۳ و ۰/۳ و Re= ۱۰۰؛ الف) حالت ساکن، ب) F=۱

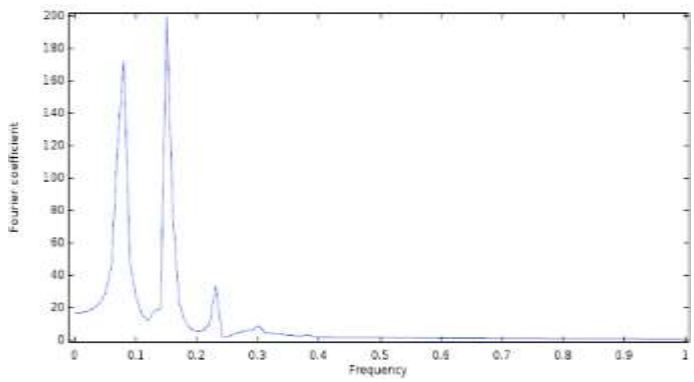
آنالیز طیفی و بررسی سیگنال‌های فرکانسی نیروی برا نشان می‌دهد که در فرکانس‌های ۰/۵ و ۲ دو قلّه در نمودار مشاهده می‌شود درحالی‌که در فرکانس ۱ فقط یک قلّه وجود دارد (شکل ۱۸).



(الف)



(ب)

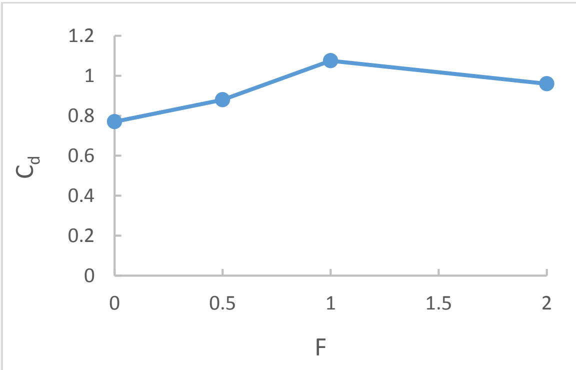


(ج)

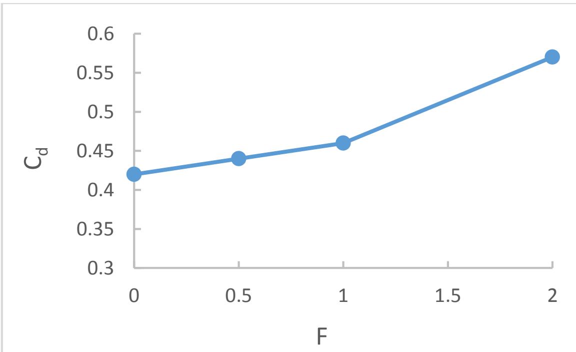
شکل (۱۸): آنالیز طیفی برا در جریان بر روی استوانه و مفتول کنترل‌گر در بالادست جریان در فاصله و قطر نسبی ۳ و ۰/۳ و Re =۱۰۰؛ الف) F =۰/۵، ب) F=۱ ، ج) F =۲

شکل‌های (۱۹) و (۲۱) تغییرات مقادیر ضریب پسا و عدد نوسلت استوانه را نشان می‌دهند. با نوسان مفتول در بالادست استوانه مقادیر نیروها و همچنین عدد نوسلت در حالت کلّی نسبت به حالت ساکن افزایش

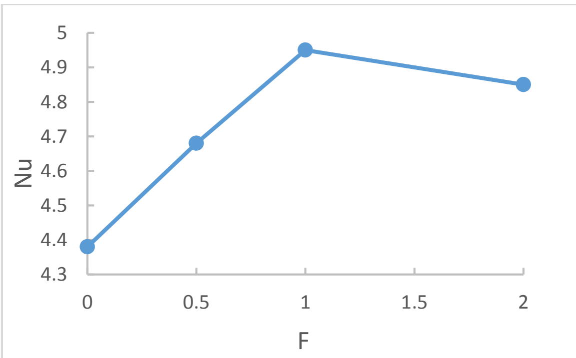
می‌یابد و در حالت قفل یعنی F=۱، به بیشینه مقدار می‌رسند. شکل (۲۰) تغییرات ضریب پسای مفتول را در حالت نوسانی بررسی می‌کند. مقایسهٔ نتایج این شکل با نتایج حاصل از گذر جریان بر روی مفتول و استوانه در حالت ساکن، بیانگر این است که با نوسان مفتول در بالادست ضریب پسای مفتول نیز افزایش می‌یابد.



شکل (۱۹): نیروی پسای استوانه برحسب فرکانس در Re =۱۰۰



شکل (۲۰): نیروی پسای مفتول بالادست برحسب فرکانس در Re =۱۰۰



شکل (۲۱): عدد نوسلت استوانه برحسب فرکانس در Re =۱۰۰

نتیجه‌گیری

در این مطالعه، تأثیر وجود مفتول کنترل‌گر بر الگوهای گرما-شارهٔ استوانه در جریان سیّال بر روی آن در عدد رینولدز ۱۰۰ بر مبنای قطر استوانه بررسی و تحلیل شد.

۱. نتایج حاصل از جریان بر روی استوانه تحت تأثیر مفتول در بالادست، نشان داد که با افزایش فاصلهٔ افقی مفتول کنترل‌گر با قطر ۰/۳D از استوانه، ضرایب پسا و عدد نوسلت تغییرات ملایمی دارند و هیچ‌گونه پرش ناگهانی در مقادیر مشاهده نمی‌شود. بااینکه وجود مفتول در بالادست جریان باعث کاهش ضریب پسا و عدد نوسلت استوانه می‌شود ولی با افزایش فاصلهٔ عمودی مفتول از محور افقی پارامترهای ضریب پسا و عدد نوسلت کمی افزایش یافته و به حالت جریان بر روی استوانهٔ تنها نزدیک‌تر می‌شود.

۲. بررسی تأثیرات اندازهٔ قطر مفتول بر پارامترهای گرما-شارهٔ استوانه نشان داد که با افزایش قطر مفتول در موقعیت افقی ثابت، ضریب پسای استوانه کاهش می‌یابد که دلیل آن افزایش ناحیهٔ سکون جلوی استوانه و کاهش اختلاف فشار دو طرف استوانهٔ اصلی و درنتیجه کاهش نیروی پسای فشاری است. همچنین با افزایش قطر مفتول، به علّت افزایش ناحیه‌سکون در جلوی استوانهٔ اصلی و افزایش ضخامت لایهٔ مرزی گرمایی، انتقال گرما از آن کاهش می‌یابد.

۳. در جریان بر روی استوانه تحت تأثیر مفتول با قطر ۰/۳D در بالادست مشاهده شد که در حالت ساکن تا فاصلهٔ ۸D، هیچ ریزش گردابه‌ای در بین مفتول و استوانه مشاهده نمی‌شود، درحالی‌که با نوسان عرضی و سینوسی مفتول با دامنهٔ ۰/۲۵D، ریزش گردابه در پشت مفتول آغاز شد. به‌عبارتی‌دیگر، نوسان مفتول در بالادست باعث سریع‌تر شدن شروع پدیدهٔ ریزش گردابه‌ها در فضای بین استوانه و مفتول می‌شود.

٤. در حالت کلّی وجود مفتول یا یک استوانه در بالادست جریان بر روی استوانه باعث کاهش در ضرایب پسا و عدد نوسلت استوانهٔ اصلی می‌شود، ولی در حالت نوسان مفتول با قطر ۰/۳D، دامنهٔ ۰/۲۵D و فرکانس f_0،$0/5f_0$ و $2f_0$ مقادیر نیروی پسا و عدد نوسلت استوانه نسبت به حالت ساکن مفتول افزایش می‌یابد که این افزایش در فرکانس f_0 بیش‌ترین مقدار است که دلیل آن پدیدهٔ قفل‌شدگی است.

فهرست علائم

C_d	ضریب پسا
D	قطر استوانه
d	قطر مفتول
L	فاصله عمودی استوانه و مفتول
Nu	عدد ناسلت
P	فشار
Re	عدد رینولدز
T	دما
U	مولفه سرعت
V	مولفه سرعت
W	مولفه سرعت
X	مختصات
Y	مختصات
Z	مختصات
ρ	چکالی
ϑ	لزجت سینماتیکی

مراجع

1- Gao, D. L., Chen, W. L., Li, H., and Hu, H., "Flow around a circular cylinder with slit", *Experimental*

Thermal and Fluid Science, Vol. 82, pp. 287-301, (2017).

2- Tamoor, M., Waqas, M., Khan, M. I., Alsaedi, A., and Hayat, T., "Magnetohydrodynamic flow of Casson fluid over a stretching cylinder", *Results in Physics*, Vol. 7, pp. 498-502, (2017).

3- Adibi, T., and Razavi, S. E., "A new characteristic approach for incompressible thermo-flow in Cartesian and non-Cartesian grids", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 79, pp. 371-393, (2015).

٤- بهروزی، ب.، تبریزی، ح. ب. و دامنگیر، ا.، "بررسی تجربی تأثیر زبری سطح بر تشکیل برفک روی استوانه"، *علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، شماره ۳۰، صفحه ٦۰–٥۱، (۲۰۱۸).

٥- وند، ح. ا. س.، و پارسا، ا. ب.، "بررسی عددی و تحلیلی اثرات تفرق حرارتی بر انتقال حرارت جریان نانوسیّال درون یک کانال،" *علوم کاربردی و محاسباتی در مکانیک*، شماره ۲۹، صفحه ٤۰–۲۱، (۲۰۱۸).

6- Adibi, T., "Experimental investigation about drag force on the both icy and non-icy airfoils", *Instrumentation Mesure Metrologie*, Vol. 18, pp. 49-54, (2019).

7- Soltani Ayan, M., Entezari, M., and Chini, S. F., "Experiments on skin friction reduction induced by superhydrophobicity and Leidenfrost phenomena in a Taylor-Couette cell", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 132, pp. 271-279, (2019).

8- Alam, M. M., Moriya, M., Takai, K., and Sakamoto, H., "Fluctuating fluid forces acting on two circular cylinders in a tandem arrangement at a subcritical Reynolds number", *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol. 91, pp. 139-154, (2003).

9- Zhang, P. F., Wang, J. J., and Huang, L. X., "Numerical simulation of flow around cylinder with an upstream rod in tandem at low Reynolds numbers", *Applied Ocean Research*, Vol. 28, pp. 183-192, (2006).

10- Juncu, G., "A numerical study of momentum and forced convection heat transfer around two tandem circular cylinders at low Reynolds numbers. Part II: Forced convection heat transfer", *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 50, pp. 3799-3808, (2007).

11- Mahír, N., and Altaç, Z., "Numerical investigation of convective heat transfer in unsteady flow past two cylinders in tandem arrangements", *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 29, pp. 1309-1318, (2008).

12- Wang, Y. t., Yan, Z.-m., and Wang, H.-m., "Numerical simulation of low-Reynolds number flows past two tandem cylinders of different diameters", *Water Science and Engineering*, Vol. 6, pp. 433-445, (2013).

13- Mahir, N., and Altaç, Z., "Numerical Investigation of Flow and Heat Transfer Characteristics of Two Tandem Circular Cylinders of Different Diameters", *Heat Transfer Engineering*, Vol. 38, pp. 1367-1381, (2017).

١٤- ر ضوی، س.، و محمدی سفیدان، ع.، "برر سی عددی تأثیر مفتول کنترلگر روی م‌شخ‌صه‌های جریان سیّال-گرما حول ا ستوانه دایروی

محصور در کانال"، *مهندسی مکانیک دانشگاه تبریز*، شماره ٤٦، صفحه ١٢٩-١٢٣، (٢٠١٧).

15- S., Bao, Chen, S., Liu, Z., Li, J., Wang, H., and Zheng, C., "Simulation of the flow around an upstream transversely oscillating cylinder and a stationary cylinder in tandem", *Physics of Fluids,* Vol. 24, p. 023603, (2012).

16- Fu, Y., Zhao, X., Wang, X., and Cao, F., "Computation of Flow Past an In-Line Oscillating Circular Cylinder and a Stationary Cylinder in Tandem Using a CIP-Based Model", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2015, pp. 9, (2015).